



DASAR-DASAR MATEMATIKA


- Manfaat Matematika
- Pengertian
- Karakteristik Matematika
- Perbedaan matematika dan Pendidikan Matematika
- Refleksi

MANFAAT MEMPELAJARI MATEMATIKA

- PERDAGANGAN
- PERTANIAN
- PEMBANGUNAN FISIK
- MERAMAL
- KEMAMPUAN KERUANGAN
- KEMAMPUAN LOGIKA
- BERPIKIR RASIONAL



PENGERTIAN MATEMATIKA

- 
- ADA BERMACAM MACAM, BERFOKUS PADA TINJAUAN PEMBUAT PENGERTIAN
 - MATEMATIKA BERKEMBANG, MISAL ADANYA TEORI FUZZY
 - TIDAK TERDAPAT SATU DEFINISI TENTANG MATEMATIKA YANG TUNGGAL YANG DISEPAKATI OLEH SEMUA PAKAR MATEMATIKA
 - KONSEP DIPAHAMI MANUSIA DENGAN BAHASA MATEMATIKA



KARAKTERISTIK MATEMATIKA

- OBJEK ABSTRAK
- BERTUMPU KESEPAKATAN
- BERPOLA PIKIR DEDUKTIF
- MEMILIKI SIMBOL YANG KOSONG
DARI ARTI
- MEMPERHATIKAN SEMESTA
PEMBICARAAN
- KONSISTEN DALAM SISTEMNYA



Objek Matematika

- Langsung: fakta, skill, prinsip dan konsep
- Tak langsung: pembuktian teorema, pemecahan masalah, transfer belajar, belajar bagaimana belajar, perkembangan intelektual, bekerja secara individu/kelompok, sikap positif

OBJEK ABSTRAK

- FAKTA: “2”, “2+4”, “//”

- KONSEP:

Ide abstrak yang digunakan untuk melakukan penggolongan/klasifikasi

Pembentukan Konsep:

1. Abstraksi
2. Idealisasi
3. Abstraksi dan Idealisasi
4. Penambahan syarat pada konsep terdahulu.





Definisi

Ungkapan yang digunakan untuk membatasi suatu konsep

Jenis Definisi:

- 1. Analitis:** definisi yang menyebutkan genus proximum dan deferensia spesifika.
- 2. Ginetik:** definisi yang mengungkapkan proses terjadinya.
- 3. Rumus:** definisi yang diungkapkan dengan kalimat matematika.

Unsur unsur definisi:

Latar belakang, genus, istilah yang didefinisikan, atribut.

Bentuknya *biimplikasi*, meskipun tertulis implikasi



Intensi dan Ekstensi Suatu Definisi

- Intensi berkenaan dengan “perhatian atau penjelasan” dari kalimat/atribut dalam definisi.
- Ekstensi berkenaan dengan “jangkauannya atau akibat/konsekuensi” dari definisi itu.

Bagaimana intensi dan ekstensi definisi ini?

1. Segitiga samasisi adalah segitiga yang ketiga sisinya sama panjang.
2. Segitiga samasisi adalah segitiga yang ketiga besar sudutnya sama.

Dua atau lebih definisi yang ekstensinya sama dinamakan definisi yang **EKUIVALEN**.



Operasi

Aturan untuk memperoleh elemen tunggal dari satu atau lebih elemen yang diketahui.

UNAIR: $\log 10 = 1$, $\sqrt{4} = 2$, dst

BINER: $a+b$, $a*b$, axb , dst

TERNER: $V(a,b,c) = abc$, $K(a,b,c) = a + bc$, dst



Prinsip

Gabungan dari fakta, konsep dan prinsip yang dikaitkan dengan suatu relasi atau operasi.

Prinsip dapat berupa aksioma, teorema, maupun sifat.

Contoh:

Dalam segitiga siku siku ABC berlaku bahwa kuadrat panjang sisi miring sama dengan jumlah kuadrat panjang sisi siku siku lainnya.



Kebenaran Matematika

- Kebenaran Konsistensi: kebenaran suatu pernyataan didasarkan pada kebenaran ~~kebenaran~~ kebenaran yang telah diterima lebih dahulu.
- Kebenaran Korelasional: Kebenaran suatu pernyataan yang didasarkan pada kecocokannya dengan realitas atau kenyataan yang ada.
- Kebenaran Pragmatis: Kebenaran suatu pernyataan yang didasarkan atas manfaat atau kegunaan dari intensi pernyataan itu.

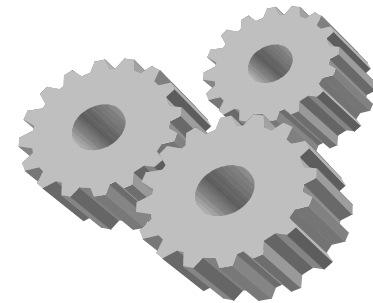
BERTUMPU PADA KESEPAKATAN

Kesepakatan yang mendasar dalam matematika:

- Aksioma/Postulat/Pernyataan pangkal
- Konsep Primitif/Undefined Term/Pengertian Pangkal

Aksioma diperlukan agar tidak terjadi berputar-putar dalam pembuktian.

Konsep primitif diperlukan agar tidak terjadi berputar-putar dalam pendefinisian.





Klasifikasi Aksioma

“Kebenaran” yang tampak:

Self Evident Truth

“Melalui dua titik yang berlainan hanya dapat dibuat tepat satu garis” (Geometri Euclides)

Non Self Evident Truth

$(S, \#)$ suatu *grup*, bila memenuhi:

1. $(\forall a, b \in S) a \# b \in S$
2. $(\forall a, b, c \in S) a \# (b \# c) = (a \# b) \# c$
3. $(\exists e \in S) a \# e = e \# a = a \ (\forall a \in S)$
4. $(\forall a \in S)(\exists a' \in S) a \# a' = a' \# a = e$



Klasifikasi Aksioma

Kaitan dengan arti:

Material:

Unsur-unsur dan relasi-relasi yang terdapat dalam aksioma masih dikaitkan langsung dengan realitas atau materi tertentu atau dianggap ada yang sudah diketahui.

Formal:

Unsur-unsur dikosongkan dari arti, tetapi masih memungkinkan adanya unsur atau relasi yang dinyatakan dengan bahasa biasa, antara lain masih bermaknanya kata “atau”, “dan”, dan sebagainya dalam logika.

Diformalkan:

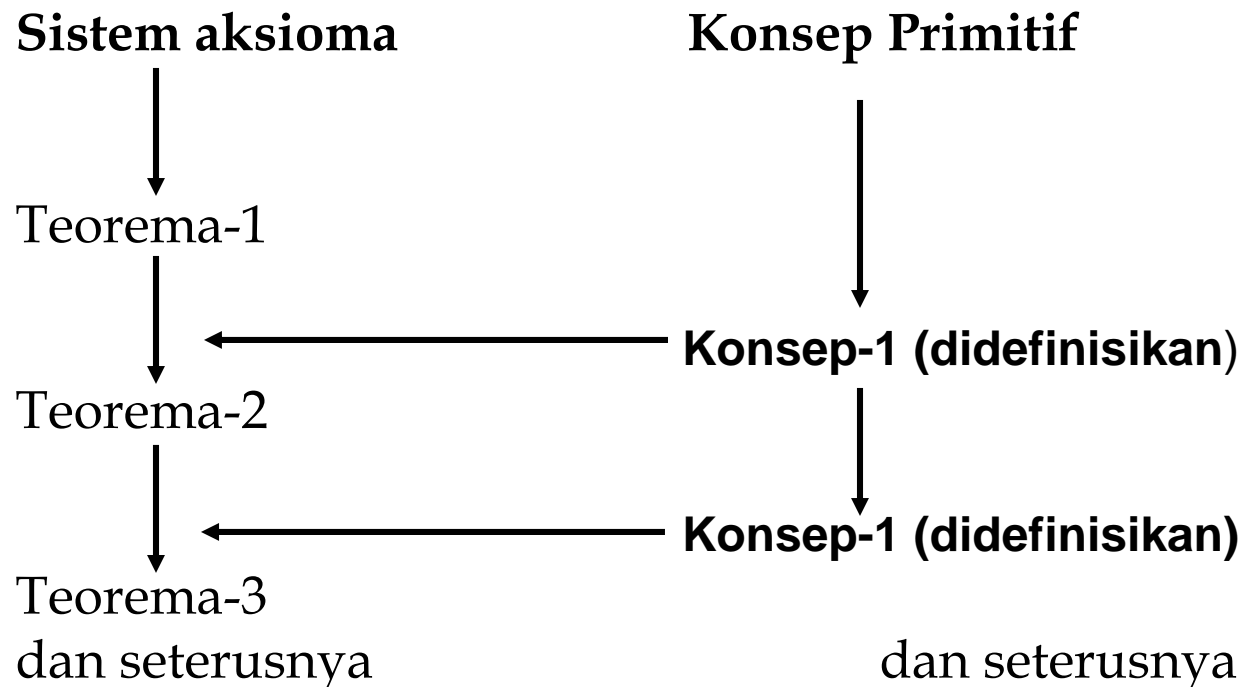
Semua unsur termasuk tanda logika dikosongkan dari makna, sedemikian sehingga semua unsur diperlakukan sebagai simbol belaka.

Struktur dan Sistem dalam matematika

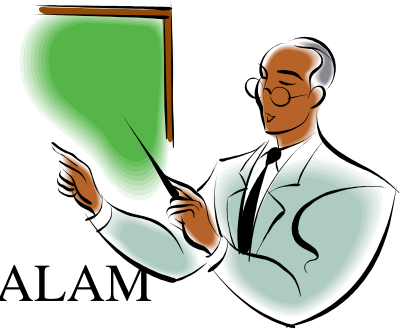
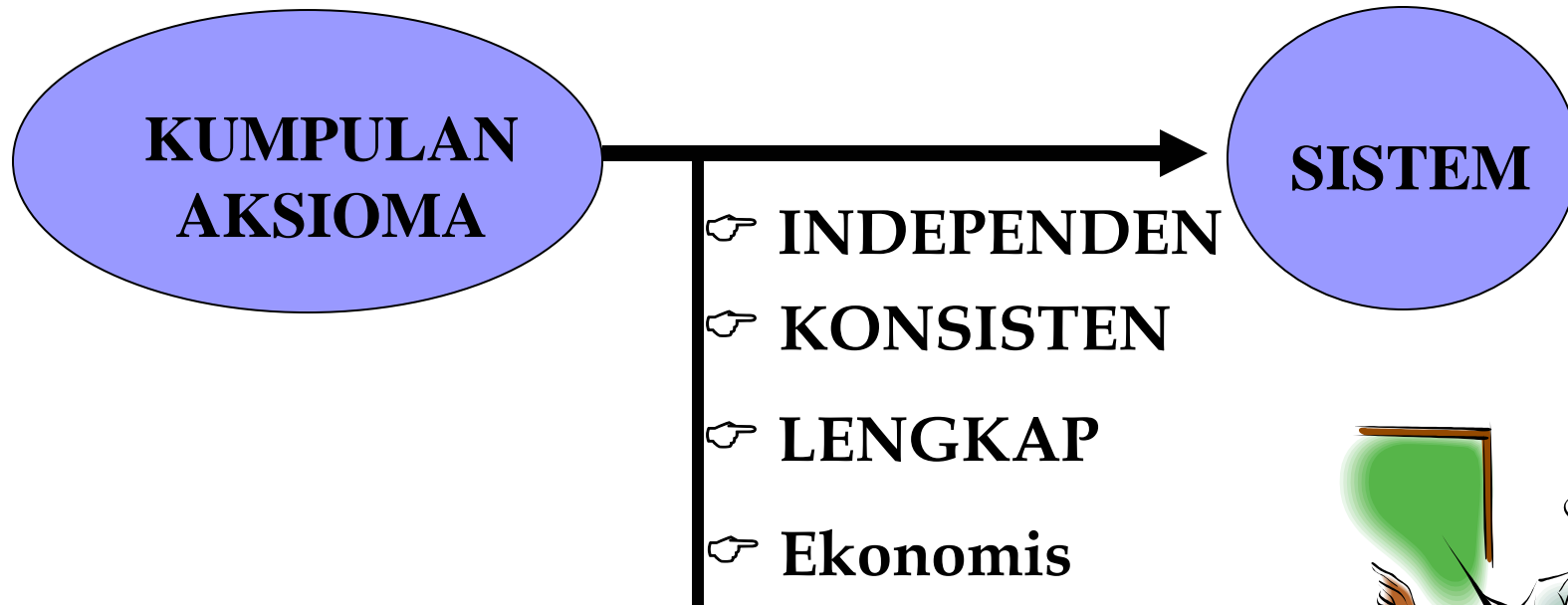
Sistem: Sekumpulan Unsur atau elemen yang terkait satu sama lainnya dan mempunyai tujuan tertentu.

Struktur: suatu sistem yang didalamnya memuat atau diperhatikan adanya hubungan yang hierarkhis (berjenjang).

Struktur Matematika dinamakan Struktur yang **deduktif-aksiomatik**



SISTEM DAN STRUKTUR MATEMATIKA



PENENTU KEBENARAN SUATU PERNYATAAN DALAM
MATEMATIKA

adalah

STRUKTUR YANG DISEPAKATI



Teorema

- Umumnya berbentuk *implikasi*.
- Menemukan dapat saja dengan induktif.
- Unsur-unsurnya: Latar belakang, hipotesis, konsekuensi.



Pembuktian Teorema

- Bukti langsung dari suatu Implikasi

Contoh:

Perhatikan sifat-sifat atau fakta-fakta pada bilangan real.

A1. Jika $x < y$ dan $y < z$, maka $x < z$

A2. $x < y$, atau $y < x$, atau $x = y$

A3. Jika $x < y$, maka $x + z < y + z$

A4. Jika $x < y$, $z > 0$ maka $xz < yz$

A5. $x \leq x$

A6. $n > 0$, jika n adalah bilangan bulat positif

Buktikan:

Jika $x < y$ dan $u < v$, maka $x + u < y + v$



- **Bukti dengan kasus-kasus**

Buktikan:

Jika $x < y$ dan $y \leq z$, maka $x < z$

$a \leq |a|$ untuk sebarang a bilangan real

- **Bukti dengan kontradiksi**

Buktikan:

Jika $x \leq y$ dan $y \leq x$, maka $x = y$

- **Bukti dengan kontraposisi**

Buktikan:

Misalkan m dan n bilangan bulat non negatif.

Buktikan jika $m + n > 50$, maka $m > 25$ atau $n > 25$



Bukti dengan Induksi Matematika

Langkah pembuktian:

1. Buktikan $P(1)$ pernyataan benar.
2. Asumsikan pernyataan benar untuk $P(k)$.
Buktikan pernyataan benar untuk $P(k+1)$,
untuk setiap $k \in \mathbb{N}$.
 $P(k) \rightarrow P(k+1), \forall k \in \mathbb{N}$
3. Pernyataan benar untuk $P(n) \forall n \in \mathbb{N}$

Buktikan $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1, \forall n \in \mathbb{N}$



Bukti dengan contoh penyangkal

Untuk menunjukkan bahwa teorema benar, maka harus ditunjukkan secara umum untuk keseluruhan contoh.

Tetapi untuk menunjukkan bahwa pernyataan itu salah, kita cukup menunjukkan bahwa untuk satu contoh pernyataan itu salah.

Buktikan bahwa himpunan bilangan asli dengan operasi $+$ tidak membentuk grup.



Membangun Teorema

Geometri 4 titik

Aksioma:

A1. Terdapat empat buah titik berbeda.

A2. Melalui tepat dua titik dapat dibuat tepat satu garis lurus.

A3. Pada satu garis lurus terdapat tepat dua titik berbeda.

Buatlah sekurang-kurangnya tiga teorema berdasar aksioma diatas dan buktikan. Sebelum membuat teorema dapat dengan mengangkat sebuah definisi tentang konsep tertentu.



Manakah yang membentuk sistem Aksioma?

Aksioma

- (1) $a + b = c$
- (2) $c + d + e = f$
- (3) $a + b + d = k$
- (4) $a + b + d + e = l$

Aksioma

- (1) $a + b = c$
- (2) $c + d + e = f$
- (3) $a + b + d = g$

Buatlah teorema berdasar sistem aksioma di atas dan bila perlu dapat dibuat definisi lebih dahulu.



Sistem Aksioma

A1: Ada tepat tiga orang.

A2: Tiap dua orang berbeda menjadi tepat satu panitia.

A3: Tidak semua orang menjadi panitia yang sama.

A4: Setiap dua panitia berbeda memuat paling sedikit satu orang yang menjadi anggota keduanya.

Buatlah sekurang-kurangnya tiga teorema berdasar aksioma diatas dan buktikan. Sebelum membuat teorema dapat dengan mengangkat sebuah definisi tentang konsep tertentu.



Tugas

- A1: **A** adalah himpunan yang anggotanya tepat lima buah.
- A2: Dua anggota himpunan **A** yang berbeda mempunyai pasangan tepat satu anggota himpunan **B**.
- A3: Setiap anggota himpunan **B** dipasangkan tepat oleh dua anggota **A**.

Buatlah sekurang kurangnya tiga teorema berdasar aksioma diatas dan buktikan. Sebelum membuat teorema dapat dengan mengangkat sebuah definisi tentang konsep tertentu.

Perbedaan Matematika dan Pendidikan Matematika



Karakteristik Matematika	Karakteristik P. Mat.
Objek Abstrak	Abstrak dan Kongkrit
Pola Pikir Deduktif	Deduktif dan Induktif
Kebenaran konsistensi	Konsistensi dan Korelasional
Bertumpu kesepakatan	kesepakatan
Simbol kosong arti (sebelum masuk semesta)	Kosong dan juga berarti
Taat kepada semesta	Taat asas, dan untuk membedakan tingkat sekolah

Refleksi

- Adakah suatu definisi yang intensi maupun ekstensinya berbeda? Coba untuk trapesium.
- Apakah kumpulan aksioma ini merupakan sistem aksioma?Jelaskan.
 - (1) $a + b = c$
 - (2) $c + d + e = f$
 - (3) $a + b + d = k$
 - (4) $a + b + d + e = l$
- Perhatikan sistem aksioma berikut.
 - (1) Terdapat tepat 4 titik berbeda dan tidak ada tiga diantaranya yang segaris.
 - (2) Melalui tepat dua titik dapat dibuat tepat satu garis.Buatlah sekurang-kurangnya 3 teorema berdasar sistem aksioma itu. (Dapat lebih dahulu menyusun definisi tentang konsep tertentu).



Buatlah definisi setiap bangun datar dibawah ini sesuai dengan skema yang disediakan.

